

Milutin Ostojić  
ETF Podgorica  
milutino@t-com.me

Šeljko Redžepagić  
AE Studio, Podgorica  
seljkor@t-com.me

Boris Ostojić  
EPCG AD Nikšić  
boris.ostojic@epcg.com

## LANČANICE, UGIBI, SILE I NAPREZANJA U ZATEZONOM POLJU NADZEMNOG VODA

### KRATAK SADRŽAJ

U ovom radu posmatra se jedno zatezno polje nadzemnog voda u kojem se nalazi priložan broj stubova, sa ravnim i priložnim kosim rasponima. Uobičajno je da se jednačina lančane definiše sa koordinantnim početkom u dno lančanice, pri čemu se za kraće raspone često koristi algebarska funkcija - parabola. Međutim, u ovom radu je izveden opšti izraz za sve lančanice u zateznom polju nadzemnog voda, pri čemu je lančanica opisana transcendentnom - hiperboličnom funkcijom. Na osnovu postavljenog modela napravljen je program u C++ koji omogućava crtanje profila terena u zateznom polju voda, raspored stubova i izbor njihove visine i položaja, zatim crtanje lančanica za usvojeno naprezanje. U model su uključeni uticaj vjetra, dodatnog tereta i promjena temperature. Rasponi i visine stubova se mogu po želji mijenjati u cilju ispunjenja postavljenih (propisanih) zahtjeva. Kao rezultat proračuna dobijaju se svi potrebni podaci relevantni za projektovanje dionice voda.

**Ključne riječi:** Lančanica, ugib, sile, naprezanja, kosi raspon, ravni raspon, idealni raspon

### SUMMARY

#### CATENARIES, SAGS, FORCES AND TENSIONS OF THE OVERHEAD LINE SECTION

In this paper is analysed one section of a overhead lines with any number of the poles and with level spans as well as with any number of inclined spans. Usually the equation describing shape of the conductor of the line is catenary with origin in the lowest point. For shorter spans very often is used parabola. However, in this paper is driven exact general expression for all catenary in one section of the overhead lines with same tension. Application of C++ program, created on the base of this model, enable to draw profile of the terrain, to find appropriate position of the supports and selection their elevation, as well as drawing all catenaries for adopted tension. In this model, influence the the wind, ice and snow, are included. As results of the computation, it is possible to get all relevant data for desing of the overhead lines.

**Key words:** Catenary, sag, forces, tensions, span, level span, inclined span, rulling span

### 1. UVOD

Dobro je poznato da je projektovanje elektroenergetskih nazemnih vodova povezano sa određivanjem položaja koji će zauzeti provodnik pri datim ograničenjima. Položaj provodnika može se približno opisati parabolom, a tačno sa lančanicom. Lančanica je kriva linija koju formira lanac ili fleksibilni provodnik obješen između dva vertikalna uporišta. Za većinu praktičnih primjena neophodno je za poznati profil terena odrediti lokaciju uporišta, naprezanje, silu, dužinu lančanice i njen ugib.

Ime *lančanica* – *catenary* potiče od latinske riječi „*catenaria*“ što znači „lanac“. Jednačina koja opisuje lančanicu je dobro poznata u dužem vremenskom periodu. U svojoj knjizi, publikovanoj 1638. „Discourses and Mathematical Demonstrations Relating to Two New Sciences“, Galileo je uporedio krivu

koju zauzima obješeni lanac sa parabolom, pri čemu je uočio da se ova aproksimacija poboljšava kako zakrivljenost postaje manja i da je potpuno tačna kad je elevacija manja od 45°. Nekoliko godina kasnije njemački matematičar Joachim Jungius dokazao je oblik obješenog lanca nije parabola. Međutim, on nije uspio da izvede jednačinu te krive. Njegovi rezultati su publikovani 12 godina poslije njegove smrti 1669. godine. U 1691, tri vrlo poznata matematičara i fizičara u to vrijeme, Gottfried Wilhelm Leibniz, Christiaan Huygens i Johann Bernoulli, izveli su jednačinu u odgovoru na izazov Jakoba Bernoulli. Huygens je prvi koristio riječ „*catenaria*“ u pismu Leibnicu, a David Gregory, škotski matematičar i astronom, napisao je studiju o lančanici 1690.[4] [10].

Jednačina lančanice može se izvesti analizirajući lančanicu kao fizički problem. Sile koje djeluju na obješeni lanac ili fleksibilni provodnik jesu njihova težina, težina dodatnog tereta u nekoj tački, sila vjetra i sila zatezanja provodnika. Rezultanta ovih sila mora biti jednaka nuli da bi provodnik bio u stanju mirovanja. Rješenje diferencijalne jednačine koja opisuje položaj koji zauzima provodnik jeste kosinus hiperbolična funkcija.[2]

Za rješavanje nekih praktičnih problema može se umjesto lančanice koristiti parabola, prvenstveno u slučajevima kada su rasponi između uporišta mali. Najveći ugib voda u ravnom rasponu nalazi se na sredini raspona, bilo da se kriva voda posmatra kao parabola ili pak kao lančanica. Međutim, ravni rasponi su vrlo rijetki. Mnogo češće se susrećemo sa kosim rasponima zbog neravne konfiguracije terena, tj. profila trase. U praksi se uglavnom podrazumijeva da je najveći ugib voda lociran na sredini raspona, bilo da se radi o ravnom ili kosom rasponu. Postavlja se pitanje da li je to uopšte tačno? Naime u stručnoj literaturi je teško naći konkretan odgovor, te se najčešće prihvata gore navedena činjenica kao opšte priznata. U cilju adekvatnog rješenja ovog problema urađen je matematički proračun koji daje konkretan odgovor na postavljeno pitanje.

## 2. JEDNAČINA LANČANICE U PROIZVOLJNOM RASPONU ZATEZNOG POLJA

Iako je jednačina lančanice bila poznata još prije više od 300 godina, ona još uvijek predstavlja izazov, što potvrđuje značajan broj naučnih i stručnih radova u novije vrijeme u kojima je lančanica dobila značajnu ulogu u inženjerstvu, kao na primjer u građevinarstvu, elektroenergetici, željeznici i slično. Izvođenje jednačine lančanice sada se može naći u brojnoj udžbeničkoj literaturi. Uglavnom se daje u obliku kada je koordinantni početak postavljen u najnižoj tački lančanice. Tada jednačina lančanice glasi [2] [4]:

$$y(x) = c \left[ ch \left( \frac{x}{c} \right) - 1 \right] \quad (1)$$

gdje je  $c$  konstanta lančanice koja je definisana preko horizontalne komponente sile zatezanja provodnika  $H[N]$  i težine provodnika po jedinici dužine  $w[N/m]$ , tj.:

$$c = \frac{H}{w} \quad (2)$$

U ovom radu biće koticene oznake koje su odomaćene u CIGRE. Pošto je od interesa da se izvedu jednačine svih lančanica u jednom zateznom polju u kojem postoje kosi rasponi, mada se ne isključuju i ravni rasponi, potrebno je izvesti opštu jednačinu lančanice u proizvoljnom rasponu i u proizvoljno izabranom koordinantnom početku, koja u opštem slučaju ima oblik:

$$y(x) = c \times ch \left( \frac{x + K_1}{c} \right) + K_2 \quad (3)$$

Ako se posmatra jedno zatezno polje, onda će jednačina lančanice u  $i$ -tom rasponu biti data sa:

$$y_i(x) = c \times ch\left(\frac{x + K_{1,i}}{c}\right) + K_{2,i} \quad (4)$$

gdje su  $K_{1,i}$  i  $K_{2,i}$  konstante koje se mogu odrediti iz graničnih uslova za određeni raspon. Ako se pretpostavi da se koordinatni početak nalazi na rastojanju  $p_i$  od lijevog uporišta posmatranog  $i$ -tog raspona  $s_i$ , tada je:

$$\begin{aligned} \text{za } x = p_i &\rightarrow y_i = h_{s,i} \\ \text{za } x = p_i + s_i &\rightarrow y_i = h_{s,i+1} \end{aligned} \quad (5)$$

gdje su:

$p_i$  - apscisa  $i$ -tog stuba.

$s_i$  - dužina  $i$ -tog raspona;

$h_{s,i}$  - visina vješanja provodnika na  $i$ -tom stubu (prvi stub  $i$ -tog raspona);

$h_{s,i+1}$  - visina vješanja provodnika na  $i+1$ -vom stubu (drugi stub  $i$ -tog raspona).

Visini  $i$ -tog stuba treba dodati kotu terena  $h_{t,i}$ , koja se može posmatrati kao ofset u odnosu na najnižu kotu terena posmatrane dionice dalekovoda.

Tada slijedi:

$$\begin{aligned} h_{s,i} &= c \times ch\left(\frac{p_i + K_{1,i}}{c}\right) + K_{2,i} \\ h_{s,i+1} &= c \times ch\left(\frac{p_i + s_i + K_{1,i}}{c}\right) + K_{2,i} \end{aligned} \quad (6)$$

Iz jednačina (6) slijedi:

$$\frac{h_{s,i+1} - h_{s,i}}{c} = ch\left[\frac{p_i + s_i + K_{1,i}}{c}\right] - ch\left[\frac{p_i + K_{1,i}}{c}\right] \quad (7)$$

Ako se uvede oznaka:

$$B_i = \frac{h_{s,i+1} - h_{s,i}}{c}, \quad (8)$$

onda se primjenom poznatih transformacija dobija:

$$B_i = ch\left(\frac{s_i + p_i}{c}\right) \times ch\left(\frac{K_{1,i}}{c}\right) + sh\left(\frac{s_i + p_i}{c}\right) \times sh\left(\frac{K_{1,i}}{c}\right) - ch\left(\frac{p_i}{c}\right) \times ch\left(\frac{K_{1,i}}{c}\right) - sh\left(\frac{p_i}{c}\right) \times sh\left(\frac{K_{1,i}}{c}\right) \quad (9)$$

ili

$$B_i = ch\left(\frac{K_{1,i}}{c}\right) \times \left[ ch\left(\frac{s_i + p_i}{c}\right) - ch\left(\frac{p_i}{c}\right) \right] + sh\left(\frac{K_{1,i}}{c}\right) \times \left[ sh\left(\frac{s_i + p_i}{c}\right) - sh\left(\frac{p_i}{c}\right) \right] \quad (10)$$

Ako se još uvedu oznake:

$$B_{1,i} = \left[ ch\left(\frac{s_i + p_i}{c}\right) - ch\left(\frac{p_i}{c}\right) \right] \text{ i } B_{2,i} = \left[ sh\left(\frac{s_i + p_i}{c}\right) - sh\left(\frac{p_i}{c}\right) \right], \quad (11)$$

dobija se:

$$B_i = ch\left(\frac{K_{1,i}}{c}\right) \times B_{1,i} + sh\left(\frac{K_{1,i}}{c}\right) \times B_{2,i} \quad (12)$$

Rješavanjem ove jednačine po  $K_{1,i}$  dobija se prva tražena konstanta:

$$K_{1,i} = c \times \ln \left[ \frac{B_i + \sqrt{B_i + B_{2,i}^2 - B_{1,i}^2}}{B_{1,i} + B_{2,i}} \right] \quad (13)$$

Sada iz jednačina (4) slijedi za  $x = p_i$  i  $y_i(x) = h_{s,i}$ :

$$K_{2,i} = h_{s,i} - c \times ch\left(\frac{p_i + K_{1,i}}{c}\right) \quad (14)$$

Kada su poznate ove dvije konstante, poznata je i jednačina lančanice u  $i$ -tom rasponu nekog zateznog polja..

Da bi se odredili svi ostali parametri lančanice potrebno je definisati jednačinu spojne prave linije između tačaka vješanja provodnika na  $i$ -tom rasponu. Koeficijent pravca te prave je:

$$K_i = \frac{h_{s,i+1} - h_{s,i}}{s_i}, \quad (15)$$

pa je jednačina prave koja spaja tačke vješanja na  $i$ -tom rasponu:

$$y_{s,i}(x) = h_{s,i} + K_i(x - p_i) \quad (16)$$

Apscisa dodirne tačke tangente na lančanicu, koja je paralelna spojnoj pravoj između dva susjedna uporišta, dobija se iz uslova da je prvi izvod funkcije  $y_i' = K_i$ , pa se nakon sređivanja dobija:

$$x_{t,i} = c \times \ln \frac{K_i + \sqrt{K_i^2 + 1}}{e^{\frac{K_{1,i}}{c}}} \quad (17)$$

Najniža tačka lančanice nalazi se iz uslova  $y_i' = 0$ , nakon čega se dobija apscisa najniže tačke kao:

$$x_{\min,i} = -K_{1,i} \quad (18)$$

Visina užeta iznad kote terena  $h_i$  u ovoj tački iznosi:

$$h_{\min,i} = y_i(x_{\min,i}) - h_{t,i}, \quad (19)$$

a ugib na poziciji  $x_{\min,i}$  je:

$$D_i = h_{s,i} + K_i[x_{\min,i} - p_i] - y_i(x_{\min,i}) \quad (20)$$

Maksimalni ugib dobija se za  $x = x_{t,i}$ , tj.:

$$D_{t,i} = D_{m,i} = h_{s,i} + K_i[x_{t,i} - p_i] - y_i(x_{t,i}) \quad (21)$$

Dužina lančaniće na  $i$ -tom rasponu izračunava se preko dužine luka, tj.:

$$L_i = \int_0^{s_i} \left[ 1 + 0.5 \left( \frac{dy_i}{dx} \right)^2 \right] dx, \quad (22)$$

ili nakon sređivanja:

$$L_i = c \left[ sh \frac{x_{\min,i} - P_i}{c} + sh \frac{s_i - x_{\min,i} + P_i}{c} \right] \quad (23)$$

Pošto su poznate apscise najnižih tačaka lančanice u svim rasponima, onda se može naći gravitacioni raspon kao:

$$R_{g,i} = x_{\min,i} - x_{\min,i-1}, i > 1 \quad (25)$$

Vertikalne sile koje djeluju sa lijeve i desne strane *i*-tog uporišta su:

$$V_{l,i} = H \times sh \frac{x_{\min,i} - P_i}{c} \quad (26)$$

$$V_{d,i} = H \times sh \frac{s_i - x_{\min,i} + P_i}{c} \quad (27)$$

Odgovarajuće ukupne sile na lijevoj i desnoj strani uporišta su date izrazom:

$$T = \sqrt{V^2 + H^2}$$

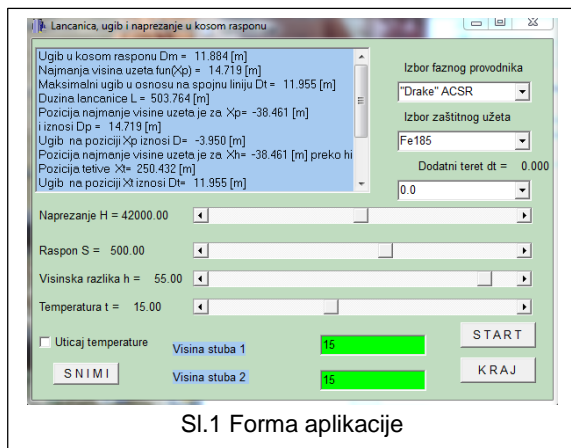
ili

$$T_{l,i} = H \times ch \frac{x_{\min,i} - P_i}{c} \quad (28)$$

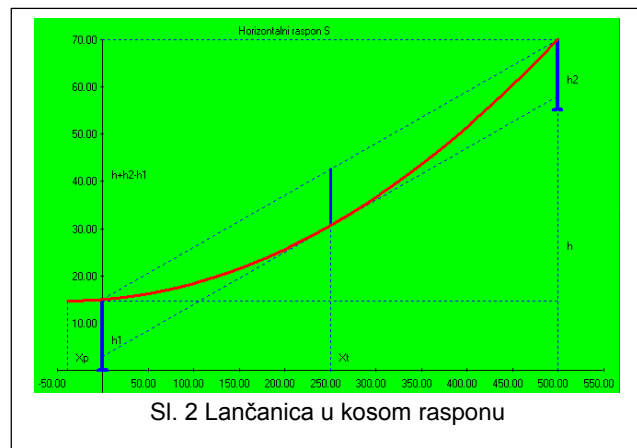
$$T_{d,i} = H \times ch \frac{s_i - x_{\min,i} + P_i}{c} \quad (29)$$

### 3. UGIB I NAPREZANJE U KOSOM I RAVNOM RASPONU

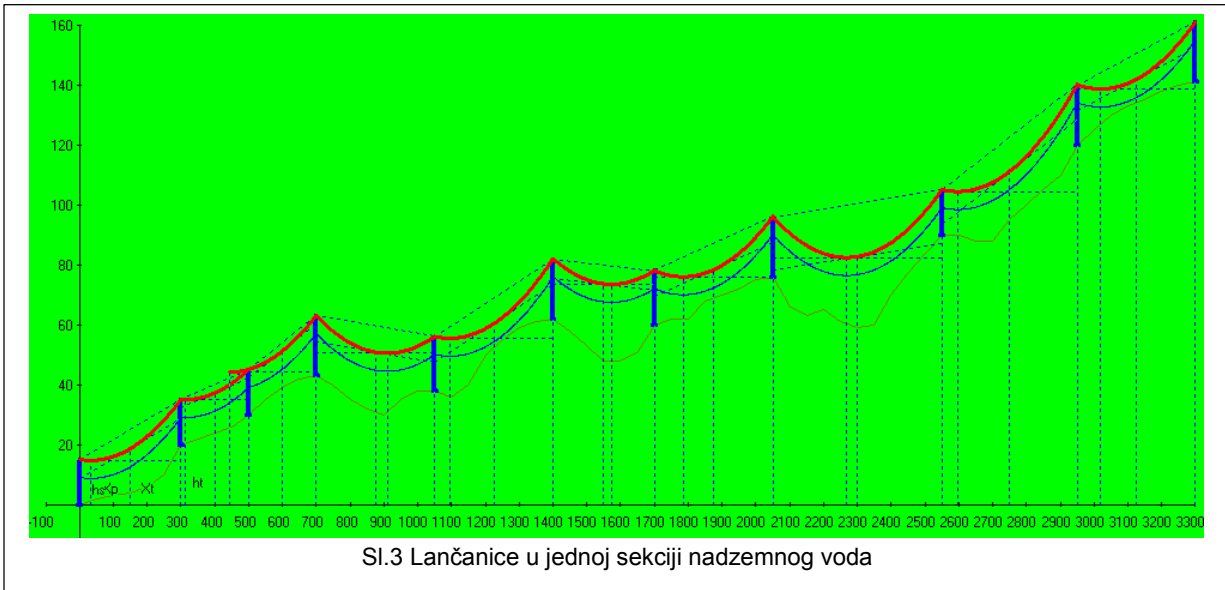
Na osnovu prethodnih jednačina napisana je aplikacija u programskom jeziku C++, koja je prikazana na sl.1. Na slici 2 prikazana je lančanica dobijena za AlFe uža „Drake“ ACSR, presjeka 468.5mm<sup>2</sup>, sopstvene težine w=15.79 N/m, pri horizontalnoj sili H=42 kN, odnosno pri konstanti lančanice c=1754m i pri temperaturi od 15°C, za dužinu raspona od 500m. Aplikacija omogućava promjenu raspona, promjenu visine stubova, promjenu nagiba kosog raspona (tj. elevacije  $h_i = h_{s,i} - h_{s,i+1}$ ), isto kao i promjenu horizontalne sile, naprezanja i izbor dodatnog tereta. U Tabeli 1 dati su rezultati proračuna pozicije najniže tačke lančanice u odnosu na stubove, vertikalne i ukupne sile na uporištima pri promjeni razlike elevacije susjednih stubova od 0 do 80m.



Sl.1 Forma aplikacije



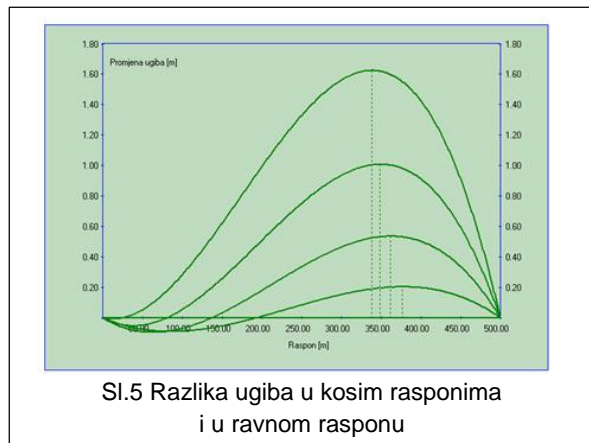
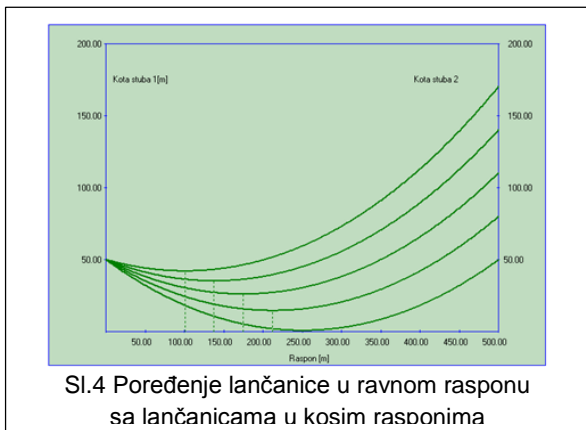
Sl. 2 Lančanica u kosom rasponu



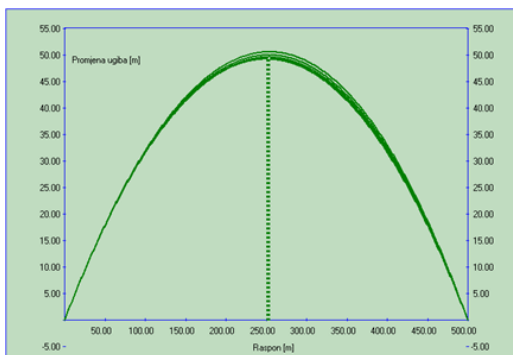
U narednoj tabeli dati su rezultati proračuna rastojanja najniže tačke lančanice od lijevog i desnog stuba ( $X_p$  i  $S-X_p$ ) i horizontalnih i ukupnih sila na uporištima za užu „Drake“ ACSR pri horizontalnoj sili  $H=42$  kN.

ID	Razlika visina (m)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
1	$X_p$ (m)	250	197.48	144.99	92.54	40.14	-12.16	-64.37	-116.45	-168.39
2	$S-X_p$ (m)	250	302.52	355.01	407.46	459.86	512.16	564.37	616.45	668.39
3	$V_l$ (N)	3998.52	3156.78	2316.65	1478.1	641.14	-194.24	-1028.06	-1860.31	-2691.01
4	$V_d$ (N)	3998.52	4841.84	5686.76	6533.27	7381.37	8231.04	9082.29	9935.09	10789.45
5	$T_l$ (N)	42189.91	42118.47	42063.84	42026	42004.89	42000.45	42012.58	42041.18	42086.12
6	$T_d$ (N)	42189.91	42278.17	42383.24	42505.1	42643.69	42798.95	42970.78	43159.08	43363.72

Iz gornje tabele se vidi da kako razlika elevacija stubova raste od 0 do 80 metara vertikalna sila na desnom uporištu  $V_d$  raste od 3998.52 N do 10789.45 N, a sila  $V_l$  na lijevom uporištu opada od 3998.52 N do -2691.01 N, tj. razliku elevacija veću od oko 47.5 m postaje negativna. Ukupna sila na uporištima nikad ne prelazi vrijednost veću od 2.4% od horizontalne komponente sile. Kad je razlika u elevaciji stubova oko 47.5 m najniža tačka lančanice čija je koordinata  $X_p$  javlja se u tački vješanja na lijevom stubu. Za razliku u elevaciji veću od 47.5 m, najniža tačka lančanice se nalazi ispred lijevog stuba, tj. van posmatranog raspona.



Korišćenjem prethodne aplikacije moguće je precizno utvrditi kako se mijenja ugib u kosom rasponu u odnosu na ugib u ravnom rasponu. U ravnom rasponu, minimalna tačka lančanice nalazi se na sredini raspona, a u kosom rasponu minimalna tačka lančanice se pomjera prema nižem uporištu, što je prikazano na slici 4.



Sl.6 Promjena ugiba pri promjeni razlike elevacije stubova

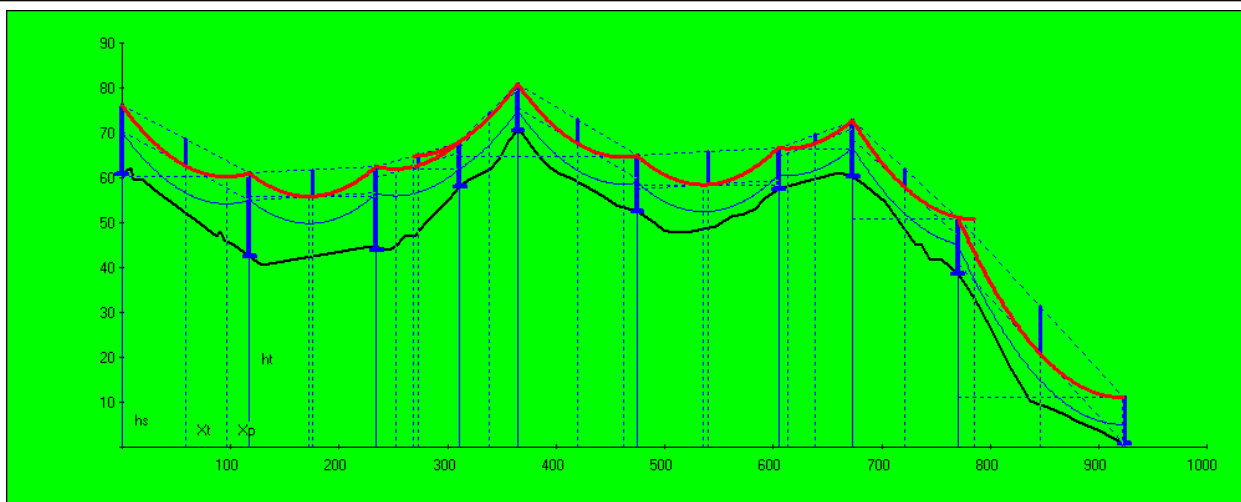
Na slici 5. prikazana je razlika vrijednosti ugiba u kosom i ravnom rasponu, pri čemu se maksimum te razlike pomjera, takođe, prema nižem uporištu kad nagib raspona raste. Slika 6. pokazuje da se maksimalni ugib u kosom rasponu ne nalazi na sredini raspona, već se pomjera prema višojem uporištu. Očigledno je da te promjene nijesu značajne.

#### 4. PRIMJER PRORAČUNA UGIBA I NAPREZANJA 35 kV DALEKOVODA

Kao primjer proračuna ugiba i napreznja i crtanja lančanica posmatran je dalekovod 35 kV koji služi za priključak mHE „Jara“ i „Meteh“ u opštini Plav na elektrodistributivnu mrežu.

Na sl. 7 prikazan je profil trase sa rasporedom stubova i nacrtanim lančanicama, što je urađeno korišćenjem aplikacije čija je forma prikazana na sl.8. Ova aplikacija omogućava promjenu pozicije stubova, postavljane temelja stuba na teren, podešavanje horizontalne sile, izbor dodatnog tereta, uticaj vjetra i analizu uticaja promjene temperature.

Za potrebe ove aplikacije kreirane su dvije baze podataka. U jednu od njih se unose podaci o rasponima (broj raspona i njihova dužina), visina stubova i kote terena na kojima se nalaze stubovi. U drugu bazu unose se kote terena potrebne rezolucije koje su dobijene snimanjem terena. Svaka promjene bilo kojeg podatka u ovim bazama se automatski upisuje.



Sl.7. Profil trase i lančanice dalekovoda

Za ovaj dalekovod usvojen je provodnik – uže sa sledećim podacima:

AIFe uže 95/15  
 Prečnik užeta 13.6 mm  
 Presjek užeta 109.7 mm<sup>2</sup>  
 Masa užeta 383 kg/km

Prilikom projektovanja dalekovoda uvijek je potrebno usvojiti maksimalno naprezanje. Propisano je da se maksimalno naprezanje javlja pri temperaturi -5 °C + led ili pri -20 °C bez leda, što zavisi od odnosa tzv. idealnog (ekvivalentnog) ravnog raspona i kritičnog raspona.

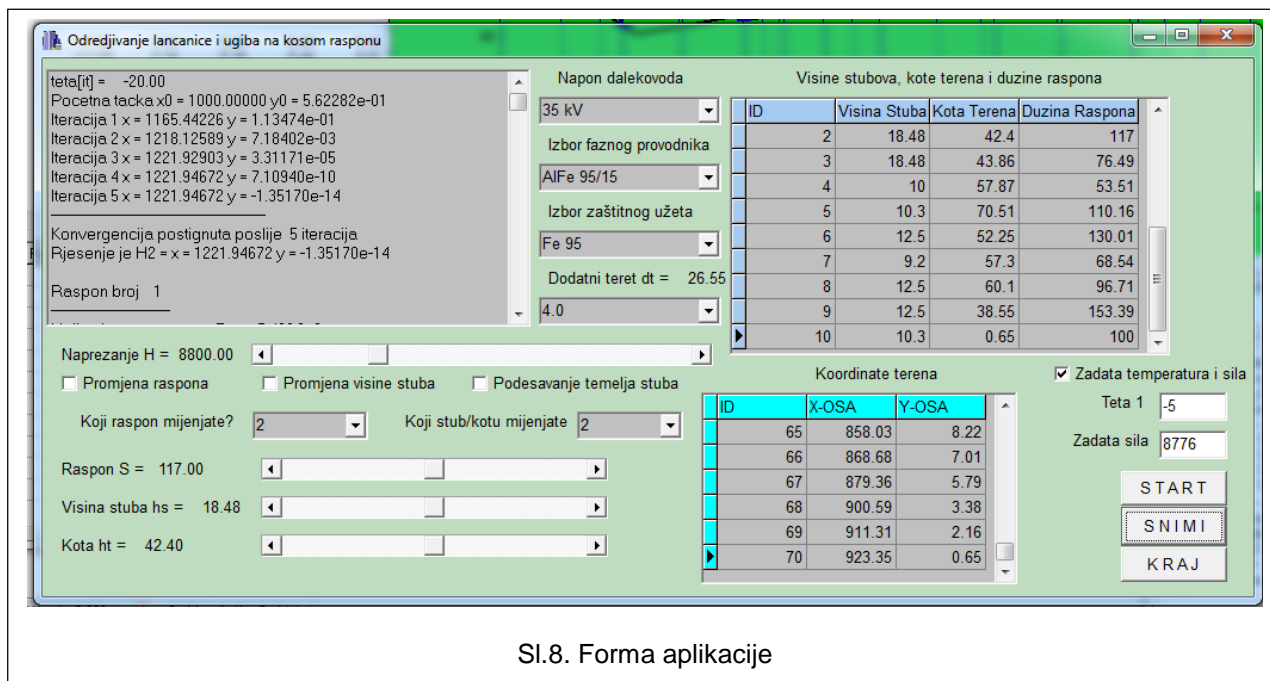
Idealni (ekvivalentni) raspon zateznog polja sa prisutnim kosim rasponima računa se po obrazcu:

$$S_i = \sqrt{\frac{S_1 S_3}{S_2 S_2}} \quad (30)$$

gdje su:

$$S_1 = \sum_{i=1}^{br} s_i^3, S_2 = \sum_{i=1}^{br} \frac{sp_i^2}{s_i}, S_3 = \sum_{i=1}^{br} \frac{sp_i^3}{s_i^2}, sp_i = \sqrt{(K_i s_i)^2 + s_i^2} \quad (31)$$

U posmatranom primjeru idealni raspon iznosi 114.956m, a kritični 24.483m. Prema tome, početne vrijednosti za rješavanje jednačine stanja uzimaju se temperatura -5 °C uz dodatni teret i maksimalna horizontalna sila koja odgovara maksimalnom naprezanju koje je usvojeno da iznosi 8dN/mm<sup>2</sup>, a koja iznosi  $H=80 \times 109.7=8776N$ .



Sl.8. Forma aplikacije

Jednačina stanja provodnika može se napisati u ovliku:

$$L_2 = L_1 \left[ 1 + \alpha (\theta_2 - \theta_1) \right] \left[ 1 + \frac{H_2 - H_1}{E \cdot A} \right] \quad (32)$$

$L_1$  – Dužina provodnika pri referentnoj horizontalnoj sili  $H_1$  i referentnoj temperaturi  $\theta_1$ ;



$L_2$  – Dužina provodnika pri referentnoj horizontalnoj sili  $H_2$  i referentnoj temperaturi  $\theta_2$ ;

$E$  – Modul elastičnosti AlFe užeta, tj.  $E = E_{AlFe}$ ;

$\alpha$  – Temperaturni koeficijent, tj.  $\alpha = \alpha_{AlFe}$ ;

gdje su:

$$E_{AlFe} = E_{Al} \frac{A_{Al}}{A_{AlFe}} + E_{Fe} \frac{A_{Fe}}{A_{AlFe}} \quad (33)$$

$$\alpha_{AlFe} = \alpha_{Al} \frac{E_{Al}}{E_{AlFe}} \frac{A_{Al}}{A_{AlFe}} + \alpha_{Fe} \frac{E_{Fe}}{E_{AlFe}} \frac{A_{Fe}}{A_{AlFe}} \quad (34)$$

gdje je  $E_{Al} = 50$ ,  $E_{Fe} = 190$ ,  $\alpha_{Al} = 23E-6$  i  $\alpha_{Fe} = 11.5E-6$ . Na osnovu prethodnih jednačina izračunati su modul elastičnosti odabranog užeta i koeficijent linearnog istezanja, koji iznose:  $E_{AlFe} = 7700 \text{ daN/mm}^2$  i  $\alpha_{AlFe} = 1.89e-05$ .

Kako je prema [1] za ravni raspon:

$$L_1 = \frac{2H_1}{w_1} sh\left(\frac{s_i w_1}{2H_1}\right) \text{ i } L_2 = \frac{2H_2}{w_2} sh\left(\frac{s_i w_2}{2H_2}\right) \quad (35)$$

zamjenom u jednačini stanja dobija se jednačina promjene stanja provodnika u obliku:

$$H_2 sh\left(\frac{s_i w_2}{2H_2}\right) - \frac{w_2}{w_1} H_1 sh\left(\frac{s_i w_1}{2H_1}\right) [1 + \alpha(\theta_2 - \theta_1)] [1 + \beta(H_2 - H_1)] = 0, \quad \beta = \frac{1}{E \cdot A} \quad (36)$$

ili

$$H_2 sh\left(\frac{s_i w_2}{2H_2}\right) - Q [1 + \beta(H_2 - H_1)] = 0 \quad (37)$$

gdje je:

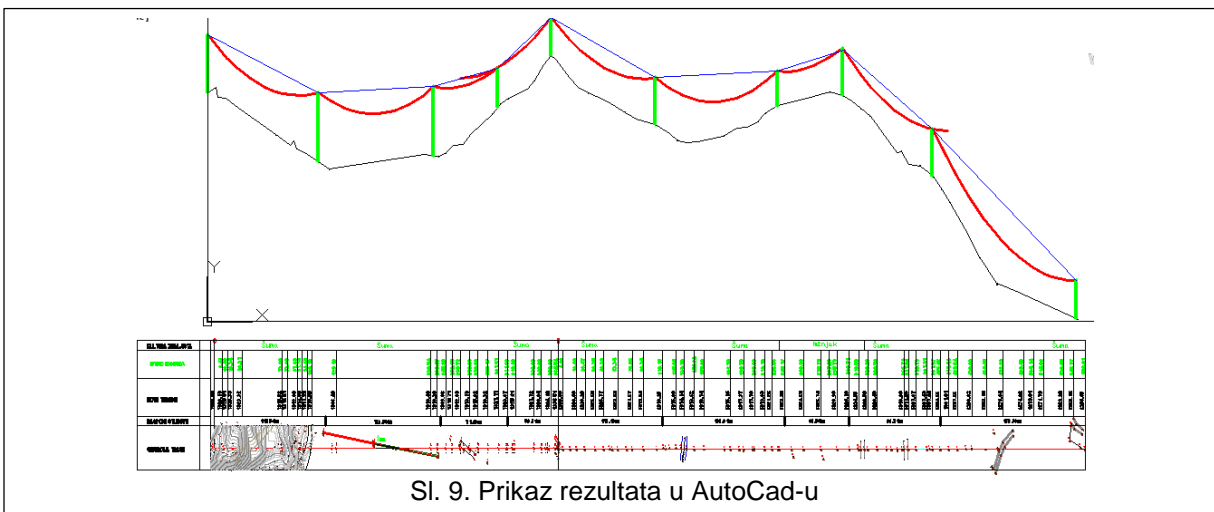
$$Q = \frac{w_2}{w_1} H_1 sh\left(\frac{s_i w_1}{2H_1}\right) [1 + \alpha(\theta_2 - \theta_1)] \quad (38)$$

Za rješavanje jednačine stanja provodnika po metodu Newton-Raphson, potrebno je poznavati i njen prvi izvod po nepoznatoj  $H_2$ , koji se dobija u obliku:

$$H_2 sh\left(\frac{s_i w_2}{2H_2}\right) - \frac{s_i w_2}{2H_2} ch\left(\frac{s_i w_2}{2H_2}\right) - \beta Q = 0, \quad (39)$$

Na taj način dobijena je horizontalna sila  $H_2$ , za sve druge temperature od  $-20^\circ\text{C}$  do  $+40^\circ\text{C}$ , a preko nje i odgovarajuće naprezanje pri temperaturi  $\theta_2$ , što je prikazano u donjoj tabeli. Rezultati dobijeni u C++ konvertovani su u AutoCad i prikazani su na Sl.9, što omogućava dodatno oblikovanje rezultata.

ID	Raspon	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	20	25	30	35	40
1	0	1206.266	1195.5842	1185.1781	8776	1165.1478	1155.5025	1146.0905	1136.9028	1127.9306	1119.1657	1110.6003	1102.2271	1094.039
2	0	11	10.9	10.8	80	10.62	10.53	10.45	10.36	10.28	10.2	10.12	10.05	9.97
3	117.54	5.39	5.44	5.49	5.98	5.59	5.63	5.68	5.72	5.77	5.82	5.86	5.91	5.95
4	117	5.34	5.39	5.44	5.93	5.53	5.58	5.63	5.67	5.72	5.76	5.81	5.85	5.9
5	76.49	2.28	2.3	2.32	2.53	2.36	2.38	2.4	2.42	2.44	2.46	2.48	2.5	2.52
6	53.51	1.12	1.13	1.14	1.24	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.2	1.21	1.22	1.23
7	110.16	4.74	4.78	4.82	5.25	4.9	4.95	4.99	5.03	5.07	5.11	5.15	5.19	5.22
8	130.01	6.6	6.66	6.72	7.33	6.84	6.9	6.95	7.01	7.07	7.12	7.18	7.23	7.29
9	68.54	1.83	1.85	1.86	2.03	1.9	1.91	1.93	1.94	1.96	1.97	1.99	2	2.02
10	96.71	3.65	3.68	3.71	4.05	3.78	3.81	3.84	3.87	3.9	3.93	3.96	3.99	4.02
11	153.39	9.2	9.28	9.36	10.21	9.53	9.61	9.69	9.77	9.84	9.92	10	10.08	10.15



## 5. ZAKLJUČAK

U ovom radu izvedena je tačna jednačina svih lančanica u jednom zateznom polju dalekovoda sa ravnim i kosim rasponima proizvoljnog nagiba i bilo kojeg raspona. Na osnovu toga, ostvarena je mogućnost preciznog određivanja svih relevantnih veličina koje su od interesa pri projektovanju nadzemnih vodova, tj. ugiba, naprezanja, minimalne visine provodnika iznad terena, verikalnih i ukupnih sila na svakom uporištu. Pokazano je da je jedino u ravnom rasponu maksimalan ugib na sredini raspona, dok se u kosom rasponu maksimalni ugib vrlo malo pomjera prema visočijem uporištu i vrlo malo se povećava sa povećavanjem razlike elevacija stubova. Kao primjer proračuna ugiba i naprezanja i crtanja lančanica posmatran je dalekovod 35 kV koji služi za priključak mHE „Jara“ i „Meteh“ u opštini Plav na elektrodistributivnu mrežu.

## 6. LITERATURA

- [1] CIGRE Technical Brochure No 324: “*Sag-tension calculation methods for overhead lines*”, jun 2007.
- [2] <http://www.math24.net/equation-of-catenary.html>,
- [3] Harvey, JR and Larson, RE: “*Creep Equations of Conductors for Sag-Tension Calculations*”, IEEE Paper C72 190-2.
- [4] Neil Chatterjee and Bogdan G. Nita: “*The hanging cable problem for practical applications*“, Atlantic Electronics, Journal of Mathematics, Volume 4, No 1,2010.
- [5] Hatibović, A: “*Algorithm for the conductor length calculation in inclined and levelled spans based on the parabola model*“, HO CIRED, Trogir, SO1-14, 2014.
- [6] Radović, J: “*Visokonaponske mreže i vodovi*“, Predavanja, ETF Podgorica.
- [7] Hatibovic, A: “*Derivation and Analysis of the Relation between Conductor Sags in Inclined and Levelled Spans Based on Known Data of the Latter*“, B2-202, CIGRE 2014.
- [8] CIGRE Green Book: “*Overhead lines*”, 2014.
- [9] Hatibović, A „*Pozicija najvećeg ugiba parabole i lančanice u kosom rasponu*“, BH elektrotehnika, Broj 6, Sarajevo.
- [10] Milović B., Naumović M. Krsmanović D.: “*Lančanica – od antičkog problema do problema u elektroenergetici*“, Infoteh-Jahorina, Vol 5, mart 2006.